

EJERCICIO 2 DE SELECTIVIDAD Jun'11 B1

(2,5 puntos) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{2^x + x^2}{x} \quad g(x) = (x^2 + 1)^2 \cdot \ln(e^{3x} + 4) \quad h(x) = \frac{1}{3x} - \frac{5}{x^2 - 2}$$

$$\text{a) } f'(x) = \frac{(2^x \cdot \ln 2 + 2x) \cdot x - (2^x + x^2)}{x^2} = \frac{2^x \cdot x \cdot \ln 2 + 2x^2 - 2^x - x^2}{x^2} = \frac{2^x(x \ln 2 - 1) + x^2}{x^2} = \frac{2^x(x \ln 2 - 1)}{x^2} + 1$$

$$\begin{aligned} \text{b) } g'(x) &= [2(x^2 + 1) \cdot 2x] \cdot \ln(e^{3x} + 4) + (x^2 + 1)^2 \cdot \frac{1}{(e^{3x} + 4)} \cdot e^{3x} \cdot 3 = \\ &= 4x(x^2 + 1) \cdot \ln(e^{3x} + 4) + \frac{3e^{3x}(x^2 + 1)^2}{e^{3x} + 4} \end{aligned}$$

$$\text{c) } h(x) = (3x)^{-1} - 5(x^2 - 2)^{-1} \Rightarrow h'(x) = -(3x)^{-2} \cdot 3 + 5(x^2 - 2)^{-2} \cdot 2x = \frac{-3}{(3x)^2} + \frac{10x}{(x^2 - 2)^2} = \frac{-1}{3x^2} + \frac{10x}{(x^2 - 2)^2}$$

EJERCICIO 2 DE SELECTIVIDAD Jun'11 B2

Las funciones $I(t) = -2t^2 + 51t$ y $G(t) = t^2 - 3t + 96$ con $0 \leq t \leq 18$ representan, respectivamente, los ingresos y gastos de una empresa, en miles de euros, en función de los años, t , transcurridos desde su inicio y en los últimos 18 años.

- a) (0,5 puntos) ¿Para qué valores de t , desde su entrada en funcionamiento, los ingresos coincidieron con los gastos?
- b) (1 punto) Determine la función que refleje los beneficios (ingresos menos gastos) en función de t y representéla gráficamente.
- c) (1 punto) ¿Al cabo de cuántos años, desde su entrada en funcionamiento, los beneficios fueron máximos? Calcule el valor de ese beneficio.

a) $I(t) = G(t) \Rightarrow -2t^2 + 51t = t^2 - 3t + 96 \Rightarrow 0 = 3t^2 - 54t + 96 \Rightarrow t^2 - 18t + 32 = 0 \Rightarrow t = \begin{cases} 2 \\ 16 \end{cases}$

b) $B(t) = I(t) - G(t) = -2t^2 + 51t - (t^2 - 3t + 96) = -3t^2 + 54t - 96$

1.º eje: $t = \frac{-b}{2a} = \frac{-54}{2 \cdot (-3)} = 9$

2.º Vértice: $V(9, B(9)) = (9, 147)$

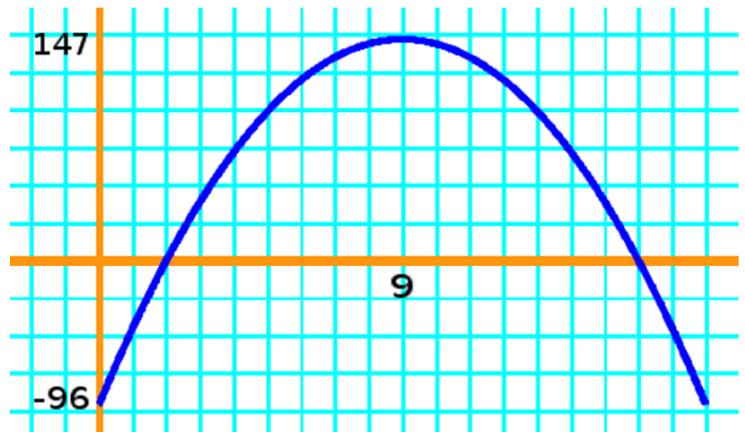
★ $B(9) = -3(9)^2 + 54(9) - 96 = 147$

3.º Puntos de corte con \overline{OX} : (exijo $t = 0$)

$$-3t^2 + 54t - 96 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2 \\ 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1(2, 0) \\ P_2(16, 0) \end{cases}$$

4.º Tabla de valores:

t	0	18	6	12
$B(t)$	-96	-96	120	120



- c) De la gráfica se deduce que el máximo beneficio se alcanza en $t = 9$ años y su valor es 147 mil euros.