EJERCICIO 4 DE SELECTIVIDAD Jun'11 B1

El peso neto de las tabletas de chocolate de una determinada marca es una variable aleatoria Normal con media μ y desviación típica 7 g. Se sabe que 36 tabletas, elegidas al azar, han dado un peso total de 5274 g.
a) (1.25 puntos) Calcule un intervalo con un nivel de confianza del 94% para la media μ .
b) (1.25 puntos) Con el mismo nivel de confianza, ¿cuántas tabletas, como mínimo, habrá que tomar como muestra para que la amplitud del intervalo que se obtenga sea, como máximo, de 3 gramos?

Sea X *el peso neto para cada tableta de la población*, y
sea $\overline{X}$ *la media del peso neto para cada muestra de tabletas*.

a) Como la población de partida es normal: $IC = (\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

Datos: $\bar{x} = \frac{5274}{36} = 146{,}5$; $z_{\alpha/2} = 1{,}89$ (*calculado abajo*); $\sigma = 7$; $n = 36$.

Nivel de confianza: $0{,}94 = 1 - \alpha \Rightarrow \alpha = 1 - 0{,}94 = 0{,}06$

Por definición: $p(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0{,}06}{2} = 0{,}9700 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}89$ (*por exceso*).

Por tanto: $IC = (146{,}5 \pm 1{,}89 \cdot \frac{7}{\sqrt{36}}) = (146{,}5 \pm 2{,}205) = (146{,}5 - 2{,}205\,; 146{,}5 + 2{,}205) = (144{,}295\,; 148{,}705)$

Conclusión:
podemos decir que el peso neto medio de las tabletas de chocolate de toda la producción está comprendido entre 144,295 g y 148,705 g, con un nivel de confianza del 94%.

b) Como la población de partida es normal: $\varepsilon = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Datos: $\varepsilon = \text{semiamplitud del } IC = \frac{3}{2} = 1{,}5$; $z_{\alpha/2} = 1{,}89$ (*calculado en el apartado anterior*); $\sigma = 7$; $n = ?$.

Por tanto: $1{,}5 = 1{,}89 \cdot \frac{7}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1{,}89 \cdot 7}{1{,}5} \Rightarrow n = (\frac{1{,}89 \cdot 7}{1{,}5})^2 \approx 78$ (*por exceso siempre*).

Conclusión:
debemos tomar una muestra de 78 tabletas o más, para que al construir un intervalo de confianza para estimar el peso neto medio poblacional al nivel del 94%, la amplitud del intervalo sea menor de 3 gramos.

EJERCICIO 4 DE SELECTIVIDAD Jun'11 B2

a) (1 punto) Una población de tamaño 1000 se ha dividido en 4 estratos de tamaño 150, 400, 250 y 200. Utilizando muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional se han seleccionado 10 individuos del tercer estrato, ¿cuál es el tamaño de la muestra?

b) (1.5 puntos) El peso de los individuos de una población se distribuye según una ley Normal de desviación típica 6 kg. Calcule el tamaño mínimo de la muestra para estimar, con un nivel de confianza del 95%, el peso medio en la población con un error no superior a 1 kg.

a)

$$\textit{Regla de tres}: \begin{array}{l} \textit{elegidos } 10 \text{ --------- } 250 \ \textit{estrato} \\ \textit{muestra } n \text{ --------- } 1000 \ \textit{población} \end{array} \Rightarrow n = \frac{10 \cdot 1000}{250} = 40$$

b)

Sea X el peso para cada individuo de la población, y sea $\overline{X}$ *la media del peso para cada muestra de individuos*.

Como la población de partida es normal: $\varepsilon = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Datos: $\varepsilon = 1$; $z_{\alpha/2} = 1{,}96$ (*calculado abajo*); $\sigma = 6$; $n = ?$.

Nivel de confianza: $0{,}95 = 1 - \alpha \Rightarrow \alpha = 1 - 0{,}95 = 0{,}05$

Por definición: $p(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0{,}05}{2} = 0{,}97500 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}96$ (*por exceso*).

Por tanto: $1 = 1{,}96 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 1{,}96 \cdot 6 \Rightarrow n = (1{,}96 \cdot 6)^2 \approx 139$ (*por exceso siempre*).

Conclusión:

debemos tomar una muestra de 139 individuos o más, para que al construir un intervalo de confianza para estimar el peso medio poblacional al nivel del 95%, cometamos un error menor que 1 kg.